0. $\varnothing$ $\forall x$, $x \notin \varnothing$

A, B — множества. $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$

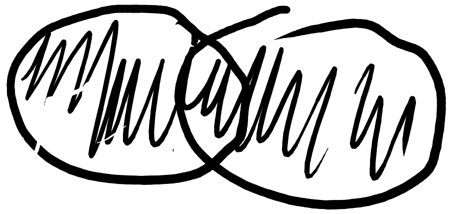
1. $C = A \cup B$

{цвета}

$C = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$

$X = \{$четверг, стакан, стол$\}$

C



2. $\cap$

красный $\in$ {цвета}

3. $\setminus$

стол $\notin$ {цвета}

4. $A \times B$

Литература

1. Шень Теория Множеств

2. Курант Роббинс

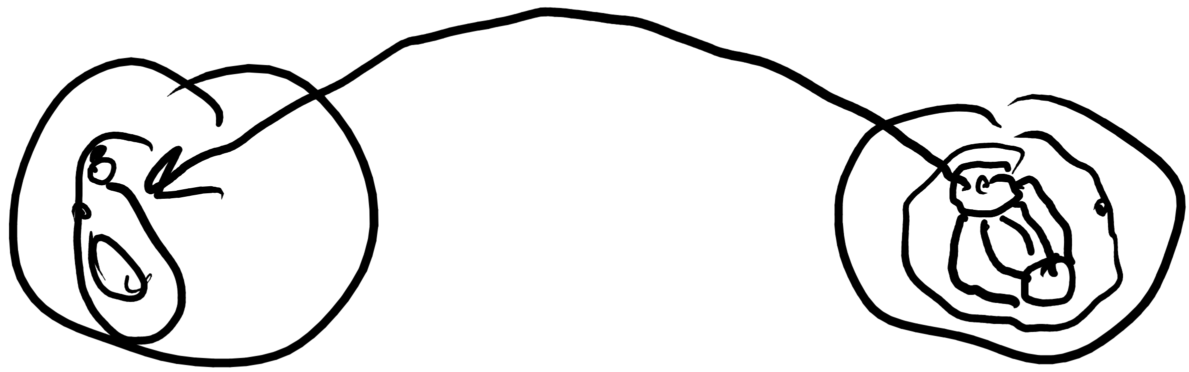
3. Alexandre Grothendieck

I. Ничего не понятно

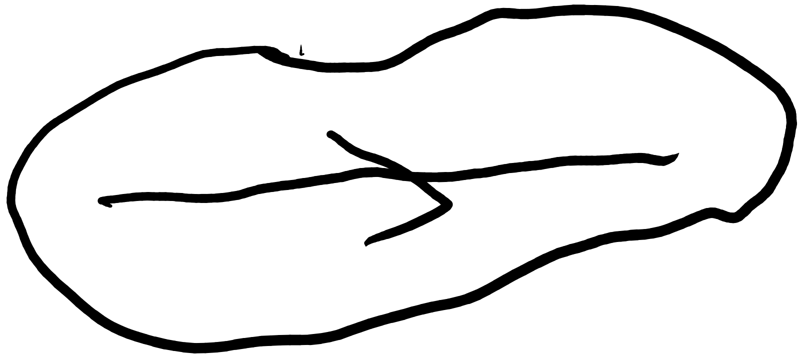
II. Что-то понятно

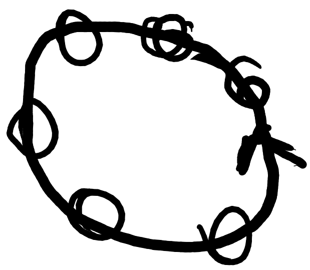
III. Могу новое создать

Фсаа Абс



$\{0, 1, 2 \dots\}$





$\exists$ - "exists" $\qquad \underline{\exists x > 2}$

"существует"

$\forall$ - "any"

"arbitrary" → "любой"

"для любого"

$\forall$ (x - целое число) $\left(x > 2 \Rightarrow x > 1 \right)$

$\forall x$ целого числа $\exists y : (y > x)$

A – "Все реки в Ср. море"

A , B

$\Rightarrow$

$A \Rightarrow B$

$A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow A$

$A \Leftrightarrow B$

Множества.

Множество — совокупность объектов любой природы.

$A = \{$четверг, стол, счастье$\}$

$a \in X$

четверг $\in A$

стол $\in A$

$2 \notin A$

А) Ни

1) $\forall x \forall A \quad x \in A$ либо $x \notin A$

Про любой объект и любое множество можно сказать, принадлежит объект множеству или нет.

{множеств. атины Франции}

2. Все элементы мн-ва различны

$A = \{2, 2, 1\} = \{2, 1\}$

3. Параллель = {класс "А", класс "Б", }

класс "А" = {Вася, Петя ...}

3. Никакое множество не является элементом себя

$\forall A \quad A \notin A$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

0

$\mathbb{Z} = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$\{$цвета$\} \ni$ красный

$\not\ni \quad \not\ni \quad \ni$ зелёный

$2 \quad$ стол

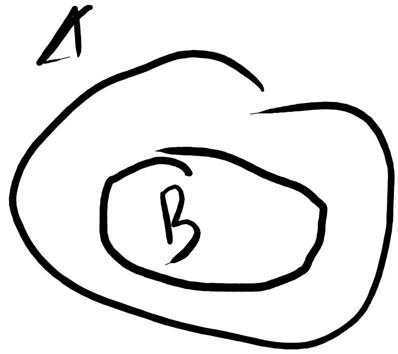
$\{$птицы$\} = B$

$\{$зеленые объекты$\} = C$

$D = \{$четверг, стол, фломастер$\}$

1. $A \supset B$

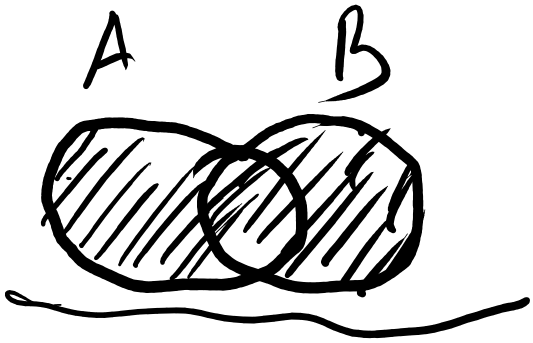
$\forall b \in B \; (b \in A)$



2. $\varnothing$

$\forall A \; (\varnothing \subset A)$

3. A, B – множества



$C = A \cup B$

$\Updownarrow$

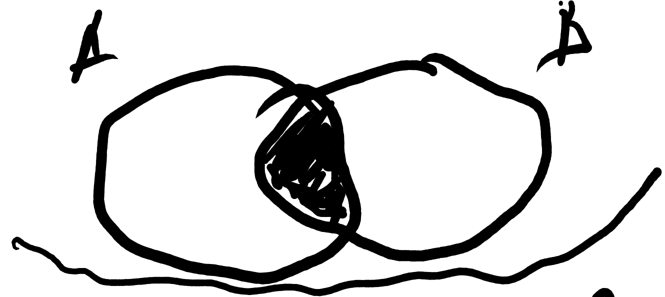
$C = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \}$

$D = \{$четверг, фрл., стол$\}$

$E = \{$четверг, книга$\}$

$D \cup E = \{$четверг, фрл., стол, книга$\}$

4. $A \cap B$



$C = A \cap B \Leftrightarrow C = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$

$D \cap E = \{$четверг$\}$

5. $A \setminus B = C = \{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$

$A - B$

$D \setminus E = \{$орлом., стол$\}$

6. $A \times B = C = \{(x, y) \mid x \in A$ и $y \in B\}$

$D = \{$орл., четв., стол$\}$

$E = \{$четв., книга$\}$

$D \times E = \{$(орл., четверг), (четв, четв), (стол, чт), (орл, книга), (чт, книга) (стол книга)$\}$

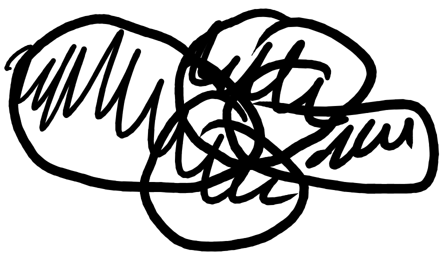
(ср., четверг) $\neq$ (четверг, ср.)

$A \times A = A^2$ — декартов. квадрат A

$$\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n} = A^n$$

$C = A \cup B$ | $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = C$

$$C = \{x \mid \exists i \le n : x \in A_i\}$$

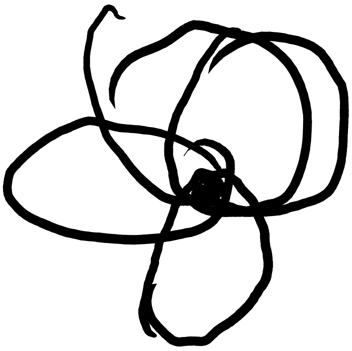


A_1

$$\bigcup_{i=1}^{i=\infty} A_i = \{x \mid \exists i : x \in A_i\}$$

$$\bigcup_{i} A_i$$

$$\bigcap_i A_i = \{x \mid \forall i \ x \in A_i\}$$



$C \setminus A = X$

$C \setminus B = Y$

$X \cap Y$

$$C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$$

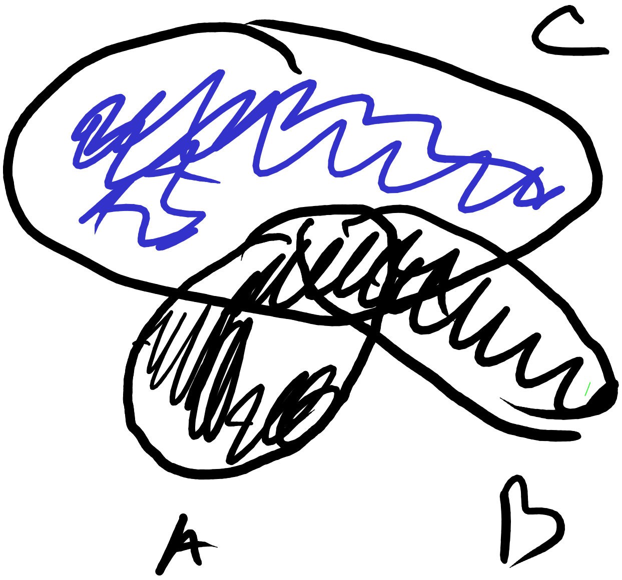
$\parallel$

$$\{x \mid x \in C \wedge x \notin (A \cup B)\} =$$

$$= \{x \mid x \in C \wedge x \notin A \wedge x \notin B\}$$

$$\{x \mid x \in C \setminus A \wedge x \in C \setminus B\} =$$

$$= \{x \mid x \in C \wedge x \notin A \wedge x \in C \wedge x \notin B\}$$



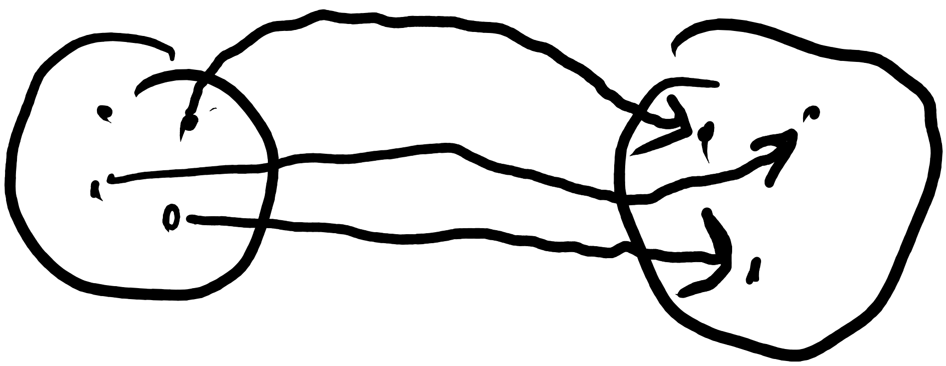
$C \setminus A \cup B =$

$(C \setminus A) \cap (C \setminus B)$

Функция (отображение, преобразование)

функция $f: A \to B$ — это сопоставление каждому элементу A какого-то элемента B

A



$D = \{$чт., фр., стол$\}$

$\uparrow g$

$M = \{$Париж, Лондон$\}$

$g($Париж$) =$ чт.

$g($Лондон$) =$ стол

$g(x)$

x

g

$x \in A$

$f: A \to B$

$f(x)$ — образ x, то есть то, во что переходит x при отображении f

$\{$Лондон, Париж$\} = M$

$\{1, 2, 3\} = K$

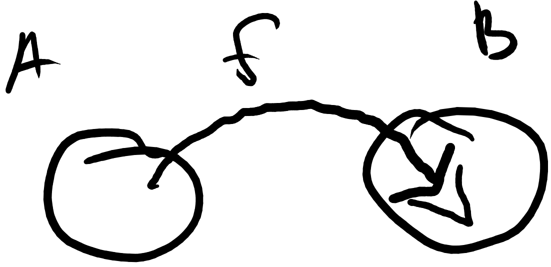
$f($Лондон$) = 1$

$f($Париж$) = 2$

$g \neq f \iff \exists x \in M : g(x) \neq f(x)$

$g($Лондон$) = 1$

$g($Париж$) = 1$



$h: \{\text{люди}\} \longrightarrow \mathbb{N}$

$h(\text{человек } x) =$ кол-во полных лет x

$h(\text{Alexander Sh}) = 29$

$h: A \to B$

$h^{-1}(b) = \{a_1, a_2\}$

$h(a_1) = b$

$h(a_2) = b$

$$\underbrace{h^{-1}(b)}_{\text{прообраз}} = \{x \in A \mid h(x) = b\}$$

$| \; h(x) \in B$

$h^{-1}(b) \subset A$

$g : \{\text{люди}\} \to \{\text{люди}\} \times \{\text{люди}\}$

$\boxed{x \longmapsto (\text{мать } x, \text{ отец } x)}$

$p : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$p(10) = 11$

$p^{-1}(10) = \{9\}$

$x \longmapsto x+1$

$p^{-1}(1) = \varnothing$

$\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

$\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

человек x

y – брат x

$g(y) = $ (мать y, отец y)

$g(x)$

p – инъективная

$x \neq y \Rightarrow f(x) = f(y)$

$x + 1 \neq y + 1$

$p^{-1}(1) = \varnothing$

p не сюръективная

$r: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

$\mathbb{Z} = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}$

$r^{-1}(0) = -1$

$r^{-1}(1) = 0$

$\ldots$

$\forall x \in \mathbb{Z}$

$\exists (x-1) \in \mathbb{Z}$

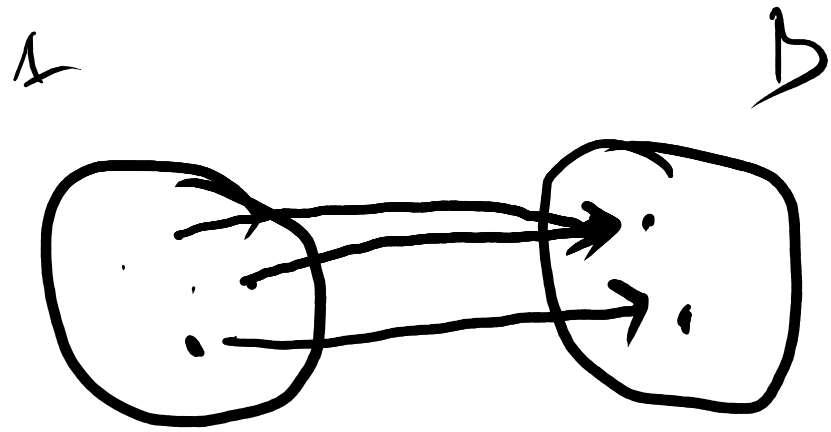
$r^{-1}(x) = x-1$

r — сюръективна

definition

$f: A \to B$ называется инъективной (инъекция), если f переводит различные элементы в различные: $\forall x \in A \; \forall y \in A$

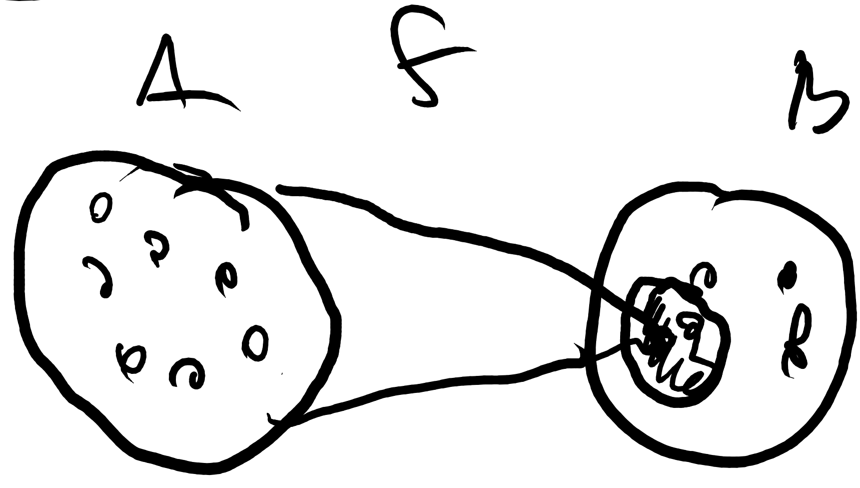
$$(x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y))$$



definition

$f: A \to B$ называется сюръективной (сюръекцией), если у любого $b \in B$ есть прообраз

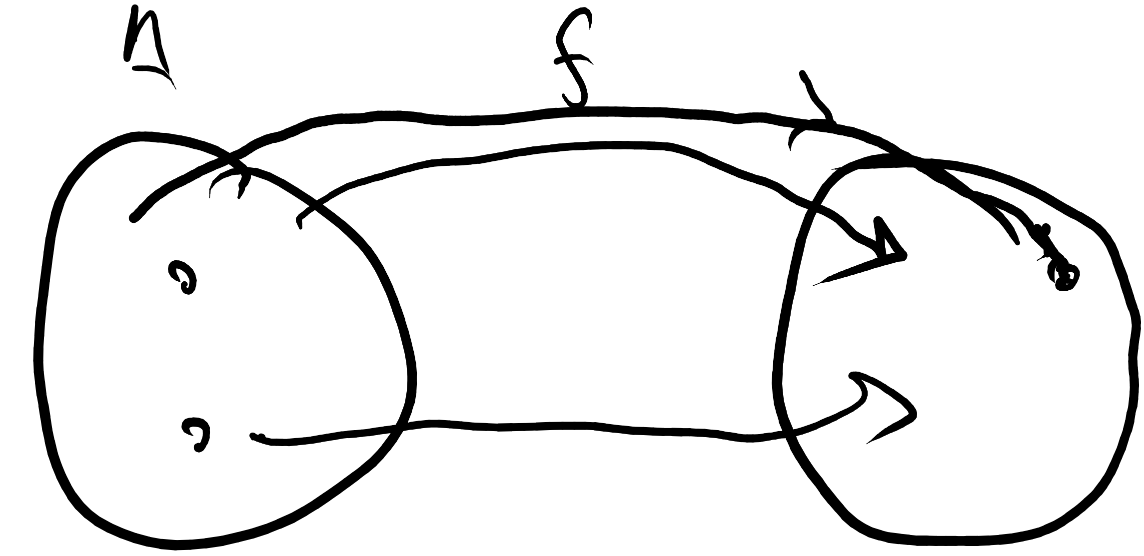
$\forall b \in B \ (f^{-1}(b) \neq \varnothing)$



$f^{-1}(b) = \varnothing$

definition

$f: A \to B$ называется биекцией или взаимно-однозначным соответствием, если f и инъекция, и сюръекция



$f^{-1} : B \to A$

$f^{-1} : x \mapsto f^{-1}(x)$

$a \longmapsto f(a)$

$b \longmapsto f^{-1}(b)$

$x, y \in f^{-1}(b)$

$f(x) = f(y) = b$